

令和5年度 一般選抜問題 1期 【2日目】

数学Ⅰ・数学A, 数学Ⅰ・数学A・数学Ⅱ・数学B

【 試験時間 11:30 ~ 12:30 】

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 出題科目、ページおよび選択方法は、下表の通りです。

| 出題科目 | ページ | 選択方法 |
|-----------------|------|---------------------------|
| 数 学 Ⅰ ・ 数 学 A | 1～7 | 左の2科目のうちから1科目を選択し、解答しなさい。 |
| 数学Ⅰ・数学A・数学Ⅱ・数学B | 9～15 | |

3. 試験中に問題冊子および解答用紙の印刷不鮮明、落丁（ページの脱落）・乱丁（ページの乱れ）に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. 問題冊子の余白等は自由に利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
5. 試験時間は60分です。
6. 解答は、すべて解答用紙の指定された欄に記入しなさい。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはいけません。
8. 問題冊子および選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

令和5年度 一般選抜問題 1期 【2日目】

数学I・数学A

| 問題番号 | 必須・選択別 |
|------|------------------------------------|
| 1 | 必須問題 |
| 2 | 必須問題 |
| 3 | 必須問題 |
| 4 | } 選択問題※ (いずれか1問を選択し、 解答しなさい) |
| 5 | |

※ 選択した問題に解答する際には、解答用紙にある□にチェック(✓)しなさい。

※ □がチェックされていない場合は、選択しなかったものとします。

※ 2問ともチェックされている場合も、選択しなかったものとします。

1**(必須問題)**

次の問いに答えなさい。解答欄には答のみを書きなさい。(20点)

(1) $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ を計算し簡単にしなさい。

(2) $(x+1)(x-1)^2(x^2+x+1)$ を展開しなさい。

(3) $\angle C$ が直角である直角三角形 ABC において、 $BC=5$ 、 $\sin A = \frac{3}{7}$ のとき、AB を求めなさい。

(4) 10進数 586 を、5進法で表しなさい。

(※ 計算用の余白は、問題 **5** の後のページにもあります)

2**(必須問題)**

次の問いに答えなさい。解答欄には答のみを書きなさい。(30点)

- (1) 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ は、最大値が4であり、グラフは2点 $(-1, 2)$, $(3, 2)$ を通る。 a , b , c を求めなさい。

- (2) 実数全体の集合を全体集合とするとき、その部分集合 $A = \{x \mid x - 2 \leq -1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x - 2 > 0\}$ に対し、次の集合が表す実数 x の範囲を求めなさい。

① $A \cap B$

② $A \cup B$

- (3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ である角 θ について、次の2つの条件がある。

条件 A : $\tan \theta < 0$,

条件 B : $0 < \sin \theta < 1$

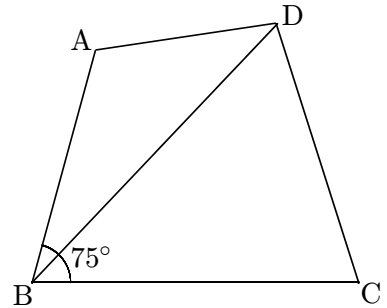
- ① 条件 B を満たす θ の範囲を求めなさい。
- ② この条件について述べた、以下の文の中から正しいものを1つ選び、記号で答えなさい。
- a) 条件 B は条件 A であるための必要十分条件である。
 - b) 条件 B は条件 A であるための必要条件であるが、十分条件ではない。
 - c) 条件 B は条件 A であるための必要条件ではないが、十分条件である。
 - d) 条件 B は条件 A であるための必要条件ではなく、かつ十分条件でもない。

3

(必須問題)

四角形 ABCD において、 $AB=4$ 、 $BC=4\sqrt{2}$ 、 $CD=2\sqrt{5}$ 、 $\angle B=75^\circ$ 、 $\cos C = \frac{\sqrt{10}}{10}$ である。このとき、次の問いに答えなさい。解答欄には答を導く過程も書きなさい。(20 点)

- (1) 対角線 BD の長さを求めなさい。
- (2) 四角形 ABCD の面積を求めなさい。



4**(選択問題)**

確率について、次の問いに答えなさい。解答欄には答を導く過程も書きなさい。

(30 点)

- (1) 1 から 8 までの整数が 1 つずつ書かれたカードが 8 枚あり、この中から 3 枚を一度に取り出す。事象 A を「取り出されたカードの数字がすべて 3 以下である」、事象 B を「取り出されたカードのうち、2 枚が 7 以上の数字である」とするとき、確率 $P(A \cup B)$ を求めなさい。
- (2) 1 から n までの正の整数が 1 つずつ書かれたカードが n 枚あり、この中から 4 枚を一度に取り出す。事象 C を「取り出されたカードの中に 1 と 2 が書かれたカードがある」とするとき、確率 $P(C)$ を n の式で表しなさい。ただし、 $n \geq 4$ とする。
- (3) (2) において、 $P(C) \geq \frac{1}{50}$ となる n の最大値を求めなさい。

5

(選択問題)

2つの変量 X , Y について、それぞれ N 個のデータ $x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_N$ が与えられている。 X と Y の相関係数 r_{XY} は下の式で定義される。

$$r_{XY} = \frac{\frac{1}{N}\{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})\}}{\sqrt{\frac{1}{N}\{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2\}}\sqrt{\frac{1}{N}\{(y_1 - \bar{y})^2 + \dots + (y_N - \bar{y})^2\}}}$$

ここで、 \bar{x} , \bar{y} は、それぞれ X , Y の平均値である。次の問いに答えなさい。解答欄には答を導く過程も書きなさい。(30点)

- (1) X と X の相関係数 r_{XX} を求めなさい。
- (2) 変量 X のデータと変量 Y のデータとの間に、下の関係式が成り立つとき、 X と Y の相関係数 r_{XY} の値を求めなさい。ただし p は定数で、 $p > 0$ である。

$$y_i = px_i \quad (i = 1, \dots, N)$$

- (3) 定数 a (ただし、 $a < 0$) と定数 b を用いて、変量 Y のデータから、下の式によって新たな変量 Z のデータ z_1, \dots, z_N を生成する。

$$z_i = ay_i + b \quad (i = 1, \dots, N)$$

このとき X と Z の相関係数について、 $r_{XZ} = -r_{XY}$ が成り立つことを示しなさい。

令和5年度 一般選抜問題 1期 【2日目】

数学I・数学A・数学II・数学B

| 問題番号 | 必須・選択別 |
|------|------------------------------------|
| 1 | 必須問題 |
| 2 | 必須問題 |
| 3 | 必須問題 |
| 4 | } 選択問題※ (いずれか1問を選択し、 解答しなさい) |
| 5 | |

※ 選択した問題に解答する際には、解答用紙にある□にチェック(✓)しなさい。

※ □がチェックされていない場合は、選択しなかったものとします。

※ 2問ともチェックされている場合も、選択しなかったものとします。

1

(必須問題)

次の問いに答えなさい。解答欄には答のみを書きなさい。(20点)

(1) $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ を計算し簡単にしなさい。

(2) 2直線 $y = 2x - 1$ と $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ の交点の座標を求めなさい。

(3) 関数 $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$ の値が極大となる x の値を求めなさい。

(4) $2^a = 4^b = 16^c$ を満たす0でない実数 a, b, c に対して、 $\frac{a^2}{bc}$ の値を求めなさい。

(※ 計算用の余白は、問題 **5** の後のページにもあります)

2

(必須問題)

次の問いに答えなさい。解答欄には答のみを書きなさい。(30点)

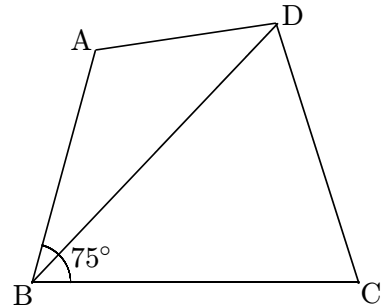
- (1) 放物線 $y = -x^2 + 3x$ と x 軸とで囲まれた部分の面積を求めなさい。
- (2) 0, 1, 2, 3, 4, 5 の 6 個の数字のうち, 異なる 4 個の数字を使って 4 桁の整数を作る。
- ① 千の位の数に 1 である整数は全部で何個できるか。
 - ② 作った整数を小さい方から順に並べるとき, 100 番目の整数を求めなさい。
- (3) 第 3 項が 11, 第 10 項が 32 の等差数列がある。
- ① 一般項 a_n を求めなさい。
 - ② この等差数列の項のうち, 100 以上 200 以下の項の個数とそれらの和を求めなさい。

3

(必須問題)

四角形 ABCD において、 $AB=4$ 、 $BC=4\sqrt{2}$ 、 $CD=2\sqrt{5}$ 、 $\angle B=75^\circ$ 、 $\cos C = \frac{\sqrt{10}}{10}$ である。このとき、次の問いに答えなさい。解答欄には答を導く過程も書きなさい。(20 点)

- (1) 対角線 BD の長さを求めなさい。
- (2) 四角形 ABCD の面積を求めなさい。



4

(選択問題)

連立不等式

$$\begin{cases} y \leq 3x + 12 \\ 10 \geq x + 2y \\ 3y \geq 2x + 8 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。この D 内を動く点 $P(x, y)$ がある。このとき、次の問いに答えなさい。解答欄には答を導く過程も書きなさい。(30 点)

- (1) 領域 D を図示しなさい。
- (2) 領域 D の面積を求めなさい。
- (3) $x^2 + y^2$ の最大値, 最小値を求めなさい。

5

(選択問題)

t を $0 < t < 1$ となる実数とし, X と Y を確率変数とする。確率変数 Z を次の式で定める。

$$Z = tX + (1 - t)Y$$

X と Y は互いに独立であるとするとき, 次の問いに答えなさい。解答欄には答を導く過程も書きなさい。(30 点)

- (1) Z の期待値 $E(Z)$ を, t , $E(X)$, $E(Y)$ を用いて表しなさい。
- (2) Z の分散 $V(Z)$ を, t , $V(X)$, $V(Y)$ を用いて表しなさい。
- (3) $V(Z)$ が最小となるときの t の値と $V(Z)$ の最小値を, $V(X)$, $V(Y)$ を用いて求めなさい。ただし, X と Y の分散はいずれも 0 でないものとする。