令和 3 年度一般選抜問題 2 期 解答
数学 I・数学 A

以下に解答を書きます．ここに書いていない議論からも解答が得られることがあります．数学では解答への道筋は 1 通りではないことが多々あります．

$\boxed{1}$

(1)

$$\begin{aligned}&x^2-(y+a+1)x-2y^2+(2a+5)y-a-2\\&\quad=x^2-(y+a+1)x-\bigl(2y^2-(2a+5)y+a+2\bigr)\\&\quad=x^2-(y+a+1)x-(y-a-2)(2y-1)=(x-2y+1)(x+y-a-2)\end{aligned}$$

(2) $\dfrac{349}{64}=5+\dfrac{29}{64}$ です．また $5=101_{(2)}$，$29=11101_{(2)}=2^4+2^3+2^2+2^0$，$64=2^6$ ですから

$$\begin{aligned}\frac{349}{64}&=5+\frac{29}{64}=101_{(2)}+\frac{2^4+2^3+2^2+2^0}{2^6}=101_{(2)}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^6}\\&=101.011101_{(2)}\end{aligned}$$

となります．

(3) $345=43\times8+1$，$-5780=(-723)\times8+4$，$677=84\times8+5$ です．よって余りは，1，4，5 です．

平均値は $m=\dfrac{1+4+5}{3}=\dfrac{10}{3}$ です．

分散は $s^2=\dfrac{1^2+4^2+5^2}{3}-\left(\dfrac{10}{3}\right)^2=\dfrac{26}{9}$ です．

(4) おつりは 130 円です．よって組あわせは，次の表から 3 通りです．

100 円	50 円	10 円	枚数
1	0	3	4 枚
0	2	3	5 枚
0	1	8	9 枚
0	0	13	13 枚

(5) 平行移動ですから $a=2$ です．$y=2x^2+bx+c$ に，$(x,y)=(2,6)$，$(5,12)$ を代入すると

$$\begin{cases} 6=8+2b+c \\ 12=50+5b+c \end{cases}$$

を満たしますから，この連立方程式を解くと $b=-12$，$c=22$ を得ます．よって $a=2$，$b=-12$，$c=22$ です．

2

(1) 正弦定理より $R=\dfrac{\mathrm{AB}}{\sin\angle\mathrm{BCA}}=\dfrac{4}{\sin 45^\circ}=\dfrac{4}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=4\sqrt{2}$ です．

(2) $\angle\,\mathrm{BAC}=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$ です．やはり正弦定理より $R=\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin\angle\mathrm{BAC}}$ です．よって (1) から

$$4\sqrt{2}=\frac{x}{\sin 60^\circ}\iff 4\sqrt{2}=\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

ですから $x=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{6}$ です．

(3) 余弦定理から

$$(\mathrm{AB})^2=(\mathrm{BC})^2+(\mathrm{CA})^2-2\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CA}\cos\angle\mathrm{ACB}$$

です．よって

$$4^2=\left(2\sqrt{6}\right)^2+y^2-2\cdot 2\sqrt{6}y\cos 45^\circ=24+y^2-4\sqrt{6}y\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ですから，y は $y^2-4\sqrt{3}y+8=0$ を満たすので，$y=2\sqrt{3}\pm\sqrt{4}=\pm2+2\sqrt{3}$ を得ますが，角の大小関係より $\mathrm{AB}<\mathrm{BC}<\mathrm{CA}$ が成立しますから $y=2+2\sqrt{3}$ です．

3

(1) 不等式 $x^2-5x-6\geqq 0$ の解は，$x^2-5x-6=(x-6)(x+1)$ ですから $x\leqq -1$，$6\leqq x$ です．これを満たす x 全体が，集合 P です．

一方 $x^2+(2-a)x-2a\leqq 0$ の解は，$x^2+(2-a)x-2a=(x+2)(x-a)$ ですから，

$$\begin{array}{lll} -2<a & \Rightarrow & -2\leqq x\leqq a \\ -2=a & \Rightarrow & x=-2 \\ a<-2 & \Rightarrow & a\leqq x\leqq -2 \end{array}$$

となります．これを満たす x 全体が，集合 Q です．

さて $Q \subset P$ となるためには，$-2 \in Q$ であるので Q のすべての要素 x が $x \leqq -1$ を満たす必要があることが分かります．

(i) $-2 < a$ のときは，Q の要素 x は $-2 \leqq x \leqq a$ を満たすので $a \leqq -1$ であれば良いです．

(ii) $-2 = a$ のときは，Q の要素 x は $x = -2$ を満たすので $Q \subset P$ です．

(iii) $a < -2$ のときは，Q の要素 x は $a \leqq x \leqq -2$ を満たすので $Q \subset P$ です．

よって (i) から (iii) より，$a \leqq -1$ であれば良いことが分かります．

(2)

$-2 < a$ のときは, Q の要素 x は $-2 \leqq x \leqq a$ を満たすので
$a \leqq -2$ であれば良いですが $-2 < a$ に反します．

$-2 = a$ のときは, Q の要素 x は $x = -2$ を満たすので
Q のすべての要素は -2 以下です．

$a < -2$ のときは, Q の要素 x は $a \leqq x \leqq -2$ を満たすので
Q のすべての要素は -2 以下です．

よって $a \leqq -2$ であれば良いことが分かります．